



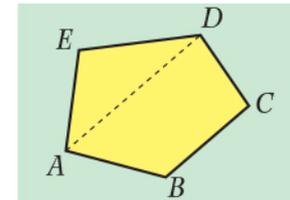
Lattes

Generalità dei poligoni. I triangoli



Poligoni: caratteristiche generali

Un **poligono** è la parte finita di piano delimitata da una spezzata chiusa. La linea spezzata chiusa si chiama **contorno** del poligono, i segmenti che la costituiscono sono i **lati**, i punti A, B, C, D ed E sono i **vertici**.



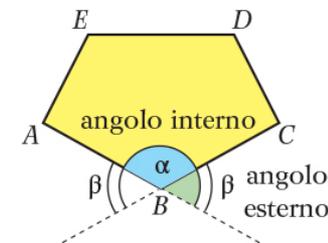
Due lati come AB e BC che hanno un vertice in comune si dicono **consecutivi**.

Anche due vertici, come A e B , che costituiscono gli estremi dello stesso lato AB si dicono **consecutivi**.

Se si congiungono due vertici non consecutivi, per esempio A e D , si ottiene un segmento che prende il nome di **diagonale**.

ANGOLI INTERNI ED ESTERNI DI UN POLIGONO

- Gli angoli formati da due lati consecutivi del poligono si dicono **angoli interni**.
- Gli angoli formati da un lato e dal prolungamento del suo lato consecutivo si dicono **angoli esterni**.



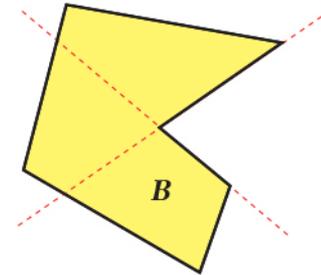
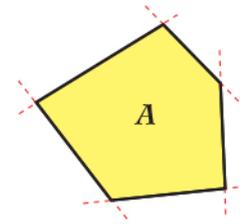
Per ogni angolo interno si possono tracciare due angoli esterni congruenti perché opposti al vertice.

Ogni angolo esterno di un poligono è supplementare dell'angolo interno che ha lo stesso vertice: $\alpha + \beta = 180^\circ$

Poligoni: caratteristiche generali

POLIGONI CONVESSI E CONCAVI

- Un poligono che non viene attraversato dal prolungamento dei suoi lati si dice **convesso**.
- Un poligono che viene attraversato dal prolungamento dei suoi lati si dice **concavo**.



RELAZIONE FRA I LATI E PERIMETRO DI UN POLIGONO

In un poligono la misura di ciascun lato è sempre minore della somma di tutti gli altri.

Il **perimetro** ($2p$) di un poligono è la somma della misura di tutti i suoi lati.

Il **semiperimetro** (p) è la metà del perimetro.

Due poligoni che hanno lo stesso perimetro si dicono **isoperimetrici**.

Classificazione dei poligoni

Un poligono prende il nome dal numero dei suoi lati o dei suoi angoli.

poligono	n° lati	n° angoli
triangolo	3	3
quadrilatero	4	4
pentagono	5	5
esagono	6	6
ettagono	7	7

poligono	n° lati	n° angoli
ottagono	8	8
ennagono	9	9
decagono	10	10
endecagono	11	11
dodecagono	12	12

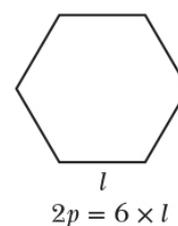
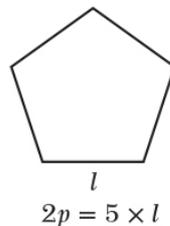
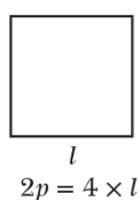
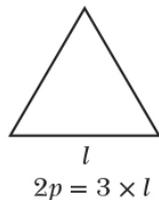
Un poligono si dice:

- **regolare** se ha tutti i lati e gli angoli congruenti;
- **equilatero** se ha tutti i lati congruenti;
- **equiangolo** se ha tutti gli angoli congruenti.

PERIMETRO DEI POLIGONI REGOLARI

Indicando con l la misura di un lato e con n il numero dei lati di un poligono regolare, la formula per calcolare il perimetro è la seguente:

$$2p = n \times l$$



Diagonali e angoli di un poligono

NUMERO DELLE DIAGONALI DI UN POLIGONO

La **diagonale** di un poligono è un segmento che unisce due vertici non consecutivi.

Il numero delle diagonali uscenti da un vertice di un poligono è uguale al numero dei lati diminuito di 3.

poligono	lati	diagonali uscenti da un vertice
A	3	0
B	4	1
C	5	2
D	6	3
E	7	4

Per determinare il numero d delle diagonali di un poligono di n lati occorre:

- calcolare il numero delle diagonali uscenti da un vertice:

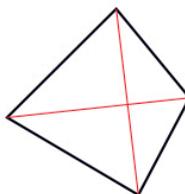
$$n - 3$$

- moltiplicare il numero ottenuto per il numero dei vertici:

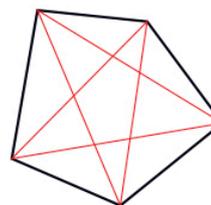
$$n \times (n - 3)$$

- dividere per due il risultato ottenuto:

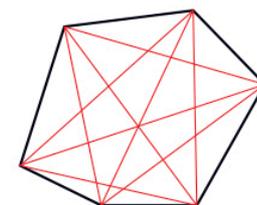
$$d = \frac{n \times (n - 3)}{2}$$



quadrilatero



pentagono

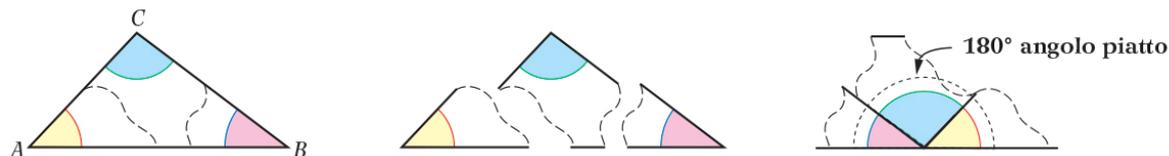


esagono

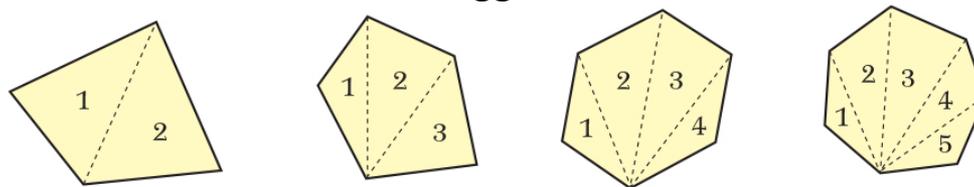
Diagonali e angoli di un poligono

SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI DI UN POLIGONO

La **somma degli angoli interni** di un triangolo è un **angolo piatto**.



Consideriamo i poligoni con un numero n di lati maggiore di tre e tracciamo le diagonali che escono da un vertice:



Ciascun poligono risulta suddiviso in $n - 2$ triangoli.

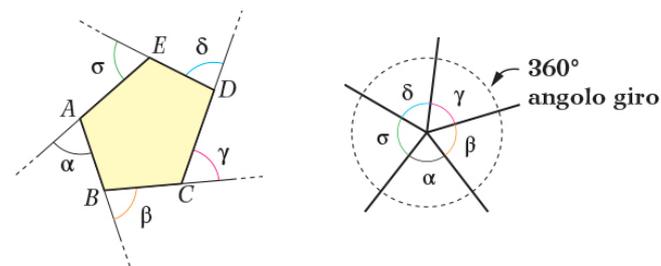
La somma degli angoli interni di un poligono sarà quindi:

$$S_i = (n - 2) \times 180^\circ$$

SOMMA DEGLI ANGOLI ESTERNI DI UN POLIGONO

La **somma degli angoli esterni** di un qualsiasi poligono convesso è sempre uguale a un **angolo giro**:

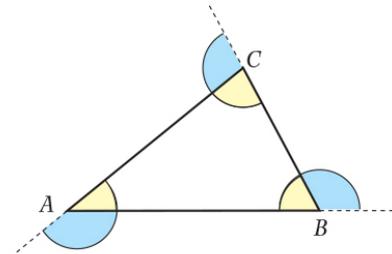
$$S_e = 360^\circ$$



Triangoli: caratteristiche generali

Il triangolo è un poligono che ha tre lati e tre angoli ed è una figura indeformabile.

AB , BC e CA sono i **lati**; A , B e C sono gli **angoli**.



Un lato e un angolo di un triangolo si dicono **opposti** se il vertice dell'angolo non appartiene al lato considerato:

il lato AB è opposto all'angolo C

Un lato e un angolo di un triangolo sono **adiacenti** se il vertice dell'angolo appartiene al lato considerato:

il lato AB è adiacente sia all'angolo A sia all'angolo B

In un triangolo:

- la **somma degli angoli interni misura 180°**
- la **somma degli angoli esterni misura 360°**
- non ci sono diagonali

In ogni triangolo un lato è sempre minore della somma degli altri due e sempre maggiore della loro differenza.

Classificazione dei triangoli

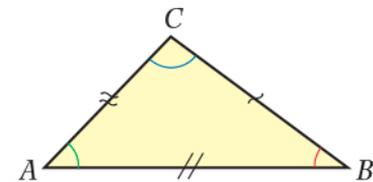
CLASSIFICAZIONE RISPETTO AI LATI

Osservando i lati di un triangolo possiamo individuare tre casi.

- **Triangolo scaleno.**

I lati non sono congruenti tra loro:

$$AB \neq BC \neq CA$$

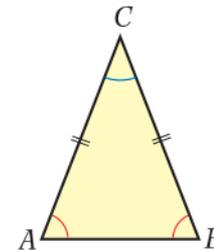


scaleno

- **Triangolo isoscele.**

Due lati sono congruenti, AB è la **base**, C è l'**angolo al vertice**, A e B sono gli **angoli alla base**:

$$BC = CA$$

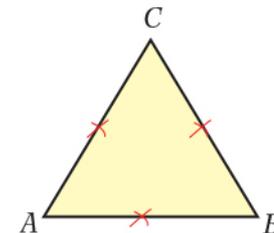


isoscele

- **Triangolo equilatero.**

Tre lati sono congruenti. La **base** è uno qualunque dei tre lati:

$$AB = BC = CA$$



equilatero

Classificazione dei triangoli

CLASSIFICAZIONE RISPETTO AGLI ANGOLI

Osservando gli angoli di un triangolo possiamo individuare tre casi.

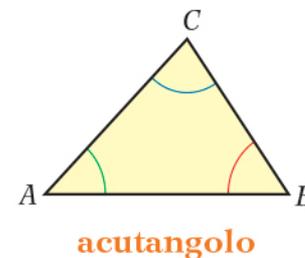
- **Triangolo acutangolo.**

I tre angoli sono **acuti**:

$$A < 90^\circ$$

$$B < 90^\circ$$

$$C < 90^\circ$$

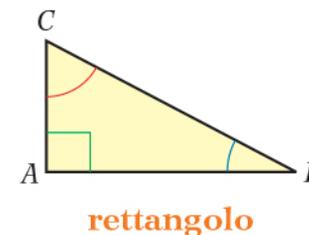


- **Triangolo rettangolo.**

Un angolo è **retto**. I lati AB e CA che formano l'angolo A retto sono i **cateti**, il lato CB , opposto all'angolo retto, è l'**ipotenusa**:

$$A = 90^\circ$$

$$B + C = 90^\circ$$



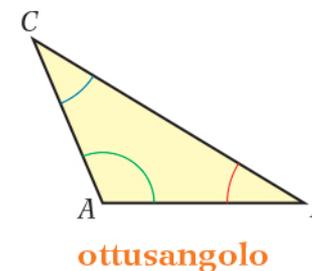
- **Triangolo ottusangolo.**

Un angolo è **ottuso** (nella figura è l'angolo A):

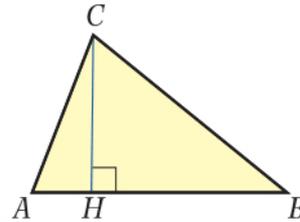
$$A > 90^\circ$$

$$B < 90^\circ$$

$$C < 90^\circ$$



Altezze di un triangolo

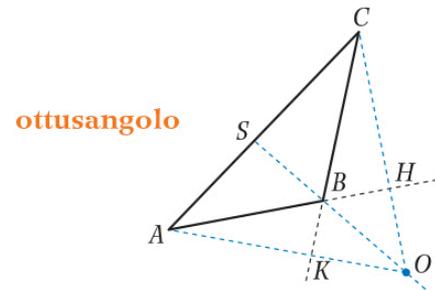
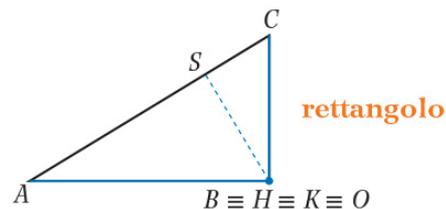
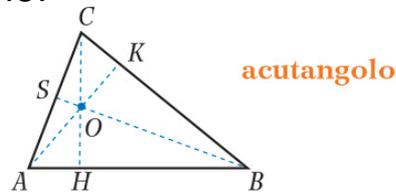


L'**altezza** di un triangolo è il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto o al suo prolungamento.

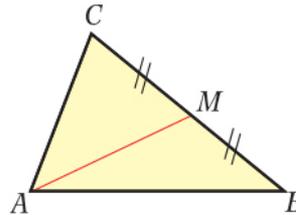
Ogni triangolo ha tre altezze che si intersecano in uno stesso punto **O** detto **ortocentro**.

L'ortocentro può essere:

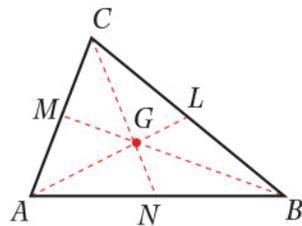
- **interno** se il triangolo è acutangolo;
- **coincidente** con il vertice dell'angolo retto se il triangolo è rettangolo;
- **esterno** se il triangolo è ottusangolo.



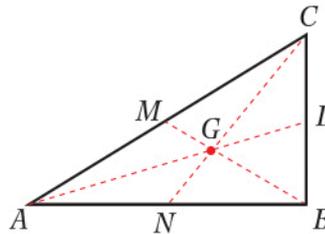
Mediane di un triangolo



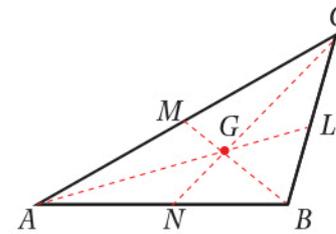
Una **mediana** di un triangolo è il segmento che unisce un vertice con il punto medio del lato opposto. Ogni triangolo ha tre mediane che si intersecano in uno stesso punto **G** detto **baricentro**. Il baricentro è sempre **interno** al triangolo.



acutangolo



rettangolo



ottusangolo

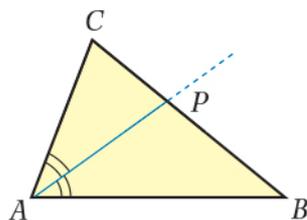
Ciascuna mediana è divisa dal baricentro in due segmenti l'uno il doppio dell'altro:

$$AG = 2 \times GL$$

$$BG = 2 \times GM$$

$$CG = 2 \times GN$$

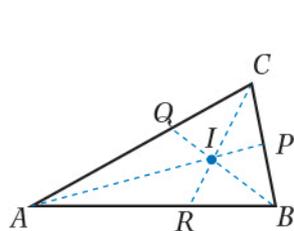
Bisettrici di un triangolo



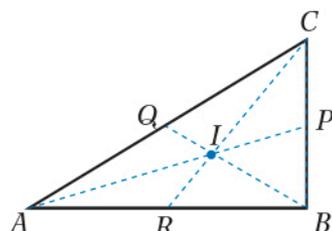
La **bisettrice** di un triangolo relativa a un angolo è il segmento che unisce un vertice con il lato opposto e divide a metà l'angolo da cui esce.

Ogni triangolo ha tre bisettrici che si intersecano in uno stesso punto I detto **incentro**.

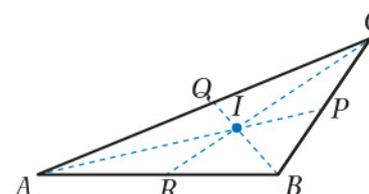
L'incentro è sempre **interno** al triangolo.



acutangolo

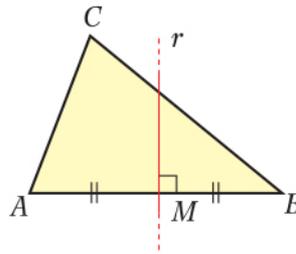


rettangolo



ottusangolo

Assi di un triangolo

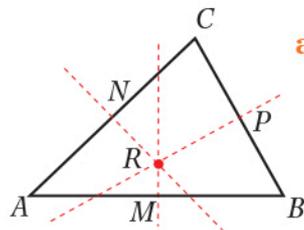


L'**asse** di un triangolo relativo a un lato è la retta perpendicolare al lato nel suo punto medio.

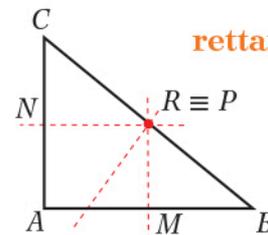
Ogni triangolo ha tre assi che si intersecano in uno stesso punto **R** detto **circocentro**.

Il circocentro può essere:

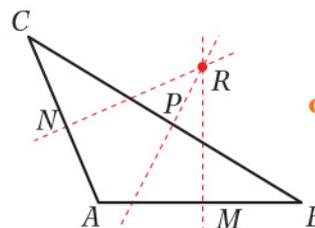
- **interno** se il triangolo è acutangolo;
- **coincidente** con il punto medio dell'ipotenusa se il triangolo è rettangolo;
- **esterno** se il triangolo è ottusangolo.



acutangolo



rettangolo

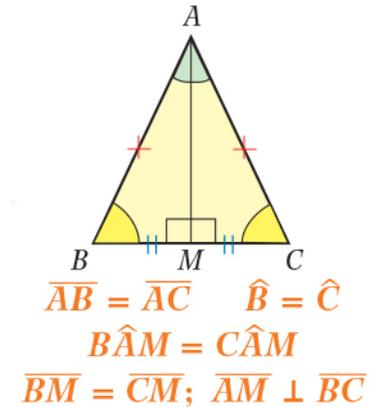


ottusangolo

Proprietà dei triangoli

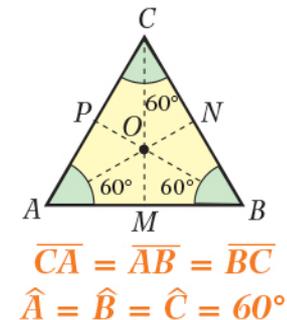
TRIANGOLO ISOSCELE

- Gli angoli BMA e CMA sono adiacenti e congruenti perciò retti.
- Il segmento AM è altezza, mediana, bisettrice, e asse relativo alla base BC .
- Gli angoli alla base sono congruenti.
- Incentro, ortocentro, baricentro e circocentro sono tutti allineati sulla retta cui appartiene l'altezza relativa alla base.



TRIANGOLO EQUILATERO

- Gli angoli sono congruenti e misurano ciascuno 60° .
- Ortocentro, incentro, baricentro e circocentro coincidono in un unico punto, detto centro del triangolo equilatero.



Proprietà dei triangoli

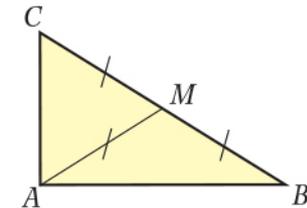
TRIANGOLO RETTANGOLO

In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è la metà dell'ipotenusa stessa:

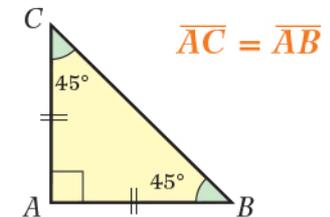
$$AM = BC : 2$$

per cui

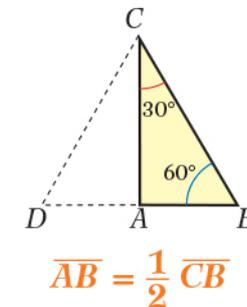
$$AM = BM = CM$$



Un triangolo rettangolo con un angolo di 45° è un triangolo isoscele.

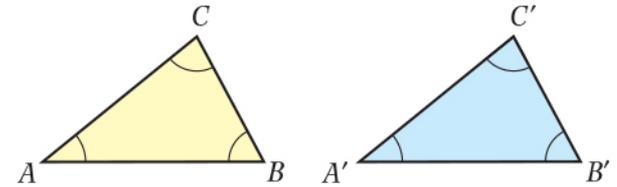


In un triangolo rettangolo con un angolo di 30° il cateto opposto a questo angolo è la metà dell'ipotenusa.



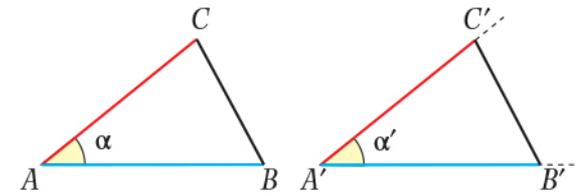
Criteri di congruenza dei triangoli

Due triangoli sono **congruenti** se uno di essi si può sovrapporre esattamente all'altro con un movimento rigido.



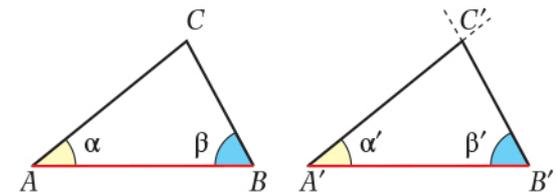
PRIMO CRITERIO DI CONGRUENZA

Due triangoli sono congruenti se hanno due lati e l'angolo tra essi compreso rispettivamente congruenti.



SECONDO CRITERIO DI CONGRUENZA

Due triangoli sono congruenti se hanno un lato e gli angoli a esso adiacenti rispettivamente congruenti tra loro.



TERZO CRITERIO DI CONGRUENZA

Due triangoli sono congruenti se hanno i tre lati rispettivamente congruenti.

